277. 一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, V.

福原満洲雄（北大）

§1. 前回ト同様ニ

$$\text{(A)}\qquad x\frac{dy}{dx}=\frac{P(x,y)}{Q(x,y)}$$

ニ於テ P, Q ハ共通ナ因子ヲ含マナイ整多項式デソレヲ x, y ノ昇冪ノ順ニ整頓シテ書イタモノヲ

$$P(x,y)=a_0(x)+a_1(x)y+\cdots\cdots+a_p(x)y^p$$
$$Q(x,y)=b_0(x)+b_1(x)y+\cdots\cdots+b_q(x)y^q$$
$$a_j(x)=a_j x^{m_j}+\cdots\cdots\cdots$$
$$b_k(x)=b_k x^{n_k}+\cdots\cdots\cdots$$

トスル。今度ハ μ ガ P-order デアルガ Q-order デモ, R-order デモナイ場合ヲ考ヘル、從ッテ

$$m_j-j\mu\qquad (j=0,1,\cdots\cdots,p)$$

ノ中ニ最小ノモノガ二ッ又ハソレ以上アル、ソノ一ツヲ $m_\alpha-\alpha\mu$ デ表ハス。

$$n_k-(k+1)\mu\qquad (j=0,1,\cdots\cdots,q)$$

ノ中ニハ最小ノモノガ唯一ッデ, ソレヲ $n_\beta-(\beta+1)\mu$ トシ

タ時

$$(1)\quad n_\beta-(\beta+1)\mu<m_\alpha-\alpha\mu$$

デアル。　故ニ若シ $\mu=0$ ナラバ (A) ノ右辺ハ x ヲ因子ニ含ミ，$x=0$ ハ眞性超越点トナラナイ。依ッテ $\mu\neq0$ ノ場合ダケヲ考ヘル。

§2.　$y=x^{-\mu}z$ ト置ケバ z ガ満足スル方程式ハ

$$(\mathrm{B})\qquad x\frac{dz}{dx}=x^{\mu}\frac{P(x,x^{-\mu}z)}{Q(x,x^{-\mu}z)}+\mu z$$

トナリ、ε ヲ充分ニ小サナ正ノ数トシタトキ

$$x^{\varepsilon}\leqq|z|\leqq x^{-\varepsilon}$$

ニ於ケル (B) ノ右辺ノ主部ハ μz デアル、故ニ (B) ト

$$x\frac{dz}{dx}=\mu z$$

ト比較シ (A) ニ戻レバ，x ガ充分ニ小サイトキ

$$(2)\quad x^{-\mu+\varepsilon}\leqq|y|\leqq x^{-\mu+\varepsilon}$$

ナル範囲ニ於テ

$$|y_0|\left(\frac{x}{x_0}\right)^{\varepsilon}\leqq|y|\leqq|y_0|\left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\varepsilon}$$

ヲ得ル。　故ニ初期條件 (x_0,y_0) ガ (2) ヲ満足スルナラバ $x\longrightarrow+0$ ノトキ μ ガ正カ負カニ依ッテ或所デ $|y|=x^{-\mu+\varepsilon}$ トナルカ $|y|=x^{-\mu-\varepsilon}$ トナル。

§3.　以上ノ結果カラ推シテ $-\mu-\varepsilon<\rho<-\mu+\varepsilon$ ナル $\rho\,(\neq\mu)$ ニ對シテハ $\mu>0$ ナラバ A 型，$\mu<0$ ナラバ A′型デ

ナケレバナラナイ。此ノ事實ハ前回ノ結果ト完全ニ一致シテキル。前回ノ記号 σ, μ, ρ ヲソノマヽ保存シ、今回ノ μ ヲ ρ_0 ト書クコトニスレバ $\rho_0>0$ ナラバ, ρ_0 ノ近傍ノ ρ ニ對シテハ A 型デナケレバナラナイ。又 $\rho_0<0$ ナラバ其ノ近傍ノ ρ ニ對シテハ A' 型デナケレバナラナイ。実際ニ前回ノ表ニ於テ A 型ノ場合ハ $\rho>0$ デ A' 型ノ場合ハ $\rho<0$ デアル。(第五, 第八ノ場合ハ明カデアルが, 第一, 第三ノ場合モ $\sigma>0$, $\mu\leqq 0$, $\mu+\sigma-\rho>0$ カラ $\rho>0$ ヲ得ル). 結局, 粗雑ナ言ヒ方ヲスルナラバ, Q-order デモ R-order デモナイ P-order ノ存在ハ大勢ニ影響がナイ。